### Тема 2: Комбінації, розміщення, перестановки з повтореннями.

Мета: Застосування основних комбінаторних схем з повтореннями для розв’язання комбінаторних задач.

Теоретичні питання: Комбінації, розміщення та перестановки з повтореннями, означення та формули обчислення. Принцип Діріхле.

Аудиторне завдання:

1. Скільки розв’язків у натуральних (цілих невід’ємних) числах має рівняння .
2. Скількома способами (наборами) можуть випасти k гральних кісток.
3. Скільки існує способів роздати k троянд n дівчатам.
4. Скільки існує різних способів роздати k1 троянд, k2 гвоздик, k3 волошок n дівчатам.
5. В шухляді шкарпетки червоного, чорного та білого кольорів. Яку найменшу кількість шкарпеток треба узяти. щоб серед них були 2 шкарпетки одного кольору?
6. В скрині кулі 3-х кольорів. Яку найменшу кількість куль треба узяти, щоб серед них було 10 куль одного кольору?
7. В скрині 10 чорних,12 білих, 14 червоних, 16 зелених куль. Яку найменшу кількість куль треба узяти, щоб серед них було 13 куль одного кольору?

Домашнє завдання:

1. Скільки різних слів можна скласти переставляючи літери у слові “математика”, “парабола”, “написання” [3- с.221,№46]
2. Маємо n літер, серед яких α літер а, β літер б, решта літер не повторюються. Скільки з цих літер можна скласти різних слів, у яких h літер а та k літер б? Скільки з цих літер можна скласти різних r-літерних слів? [4- 8.1.9]
3. У поштовому відділенні продаються листівки 10 сортів. Скількома способами можна купити в ньому 12 листівок? Скількома способами можна купити 8 листівок, 8 різних листівок? [3- с.222,№50]
4. Скільки різних 4-х значних чисел, які діляться на 4 можна скласти з цифр: 1,2,3,4,5, якщо кожна цифра може зустрічатися у запису числа кілька разів? [3- с.222,№52]
5. Скільки різних браслетів можна скласти з 5 однакових смарагдів, 6 однакових рубiнiв i 7 однакових сапфирiв. До браслету входять всі 18 каменів. [3- с.223,№75]
6. Людина має 6 друзів і на протязі 20 днів щодня запрошує до себе 3 з них так, що компанія жодного разу не повторюється. Скількома способами можна це зробити? [3- с.224,№83]
7. Компанія, яка складається з 10 подружніх пар розбивається на 5 груп по 4 людини для прогулянки на човнах. Скількома способами можна розбити компанію так, щоб в одному човні були 2 чоловіків та 2 жінок? [3- с.225,№93]
8. В скількох випадках даний чоловік опиниться в одному човні зі своєю дружиною [3- с.225,№94]. В скількох випадках кожний чоловік опиниться в одному човні зі своєю дружиною?
9. Довести, що  зростає по n. Довести, що  спадає по r. [4- 8.1.16]
10. Знайти кількість різних слів складених з m літер а1, m літер а2, ....., m літер аn? [4- 8.1.25.1]
11. Скількома способами n-елементна множина A може бути розбита на s підмножин Ai, i=1,s, так, що Ai містить ki елементів? [4- 8.1.25.2]
12. \*Скільки і яких цифр потрібно для запису всіх натуральних чисел менших за 10n? [4- 8.1.4]

Додаткове завдання:

1. a1, a2, …, an - довільні різні натуральні числа. Довести, що тоді або одне з них, або різниця яких-небудь двох буде ділитися на n.

2. Довести, що довжина періоду дробу n/m не перевищує m-1.

3. На полиці n книг. Скільки існує способів обрати k книг, щоб ніякі дві книги не брати поруч?

4. За круглим столом короля Артура сидять 12 (n) лицарів. Кожен ворогує зі своїми сусідами. Потрібно обрати 5 (k) лицарів, щоб визволити принцесу. Скільки існує способів обрання лицарів, щоб серед обраних лицарів не було ворогів?

5. Знайти суму 4-значних чисел, які можна отримати перестановкою цифр 1, 2, 3, 4?

6. Скільки існує 6-значних чисел, у яких сума цифр парна?